

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Коваленко Н.С.

*Белорусский государственный экономический университет, г. Минск
Белорусский государственный университет, г. Минск*

С момента появления современной компьютерной техники происходит постоянный процесс ее совершенствования. Ввиду ограниченности физических и технологических возможностей роста производительности этот процесс осуществляется за счет новых приемов и методов организации вычислений, а также архитектурных решений. Главными движущими принципами такой организации являются, прежде всего, распараллеливание и конвейеризация. С точки зрения математики и других наук эти принципы не претендуют на абсолютную новизну. Например, уже в элементарной геометрии известны постулаты параллельности отрезков и прямых, в электротехнике – параллельное и последовательное подсоединение приборов, способы передачи информации от одного всем (лекторы в университетах, дикторы на радио и телевидении).

Анализируя различные процессы, события и явления можно сделать вывод о том, что реальный мир ведет себя как совокупность параллельных взаимодействующих процессов. В этой связи, возвращаясь к вычислительному делу, основная проблема состоит в детальном и точном отображении методов и алгоритмов решения задач на архитектуру современных вычислительных комплексов. При этом следует учитывать различные виды параллелизма: архитектурный, операционный, программный, алгоритмический, модельный. К настоящему времени известны десятки различных видов архитектур вычислительных комплексов. Примерами могут служить вычислительные комплексы семейства СКИФ в ОИПИ НАН Беларуси и БГУ.

Принципы распараллеливания и конвейеризации получили широкое распространение благодаря тому, что являются источником сверхвысокой производительности и надежности вычислительных средств, ускорения вычислений и достижения требуемой точности. В свою очередь проблемы организации параллельных вычислений выдвигают и новые математические задачи. Одна из них – проблема синхронизации большого числа взаимодействующих параллельных процессов. Это связано, в том числе и с тем, что при гигафлопсных, терафлопсных и петафлопсных скоростях протекания вычислительных процессов привычная классическая оптимизация не работает. Например, если представить себе автомобиль, движущийся со скоростью ракеты по улице, где на каждом перекрестке включен светофор, то его движение будет состоять из сплошных остановок. Решение проблемы состоит в разработке удобных механизмов синхронизации.

Все это порождает сложные в математическом отношении проблемы и задачи по отображению алгоритмов и соответствующих программных реализаций из различных предметных областей на архитектуру многопроцессорных вычислительных комплексов в условиях массового параллелизма, разработки и обоснования новых приемов ускорения вычислений. В свою очередь решение таких задач требует разработки таких математических моделей, которые учитывают не только разнообразие видов параллелизма, но и позволяют получить количественные и качественные результаты их решения. В виду дискретного и комбинаторного характера этих задач определенный прогресс на пути их решения может быть достигнут за счет применения математического аппарата дискретных динамических систем и дискретной оптимизации, теории расписаний и сетевых графов и гиперграфов, теории множеств и алгоритмов с учетом их сложности, алгебры матриц и гиперматриц, алгебры логики и др. Особенно следует обращать внимание на размерности решаемых задач и точность вычислений.

В качестве примера рассмотрим задачу из реального сектора экономики – оперативно календарного планирования (ОКП) обрабатывающего и сборочного производства. В систему параметров построения и регулирования производственного процесса входит достаточно большое количество различных факторов. Наибольшее значение среди них имеют: сроки запуска-выпуска изделия; размер серии (партии) изделий (деталей, сборочных единиц); такт (ритм) поточной линии; нормативный уровень заделов; трафик режима работы поточной линии; время опережения; уровень загрузки оборудования, производственных площадей и рабочих (операторов); трудоемкость изготовления единицы продукции на станке (рабочем месте, технологической линии, в структурном подразделении); конечный срок сдачи готовой серии изделий (партии деталей, сборочных единиц). Среди перечисленных показателей наиболее важным является длительность производственного цикла, поскольку в нем отражается специфика технологического процесса, применяемого оборудования, другие параметры ОКП и эффективность производства в целом. Длительность производственного цикла, в свою очередь, зависит от машинного времени, затрат ручного труда и технологических простоев.

Одной из важнейших задач ОКП является оптимизация структуры цикла с целью сокращения его длительности за счет параллельно-последовательного выполнения работ. При этом достигается максимизация загрузки оборудования в случае, если оборудование является узким местом в технологическом процессе изготовления партии деталей, сборочных единиц. С момента запуска партии в производство оборудование работает с максимальной загрузкой, а синхронизация его работы достигается с помощью межоперационных заделов. Освободившееся оборудование можно использовать для параллельного изготовления другой серии изделий (партии деталей). Оптимальный размер партии деталей соответствует минимальному времени обработки партии на технологической линии.

Математическая постановка задачи включает в себя $p, p \geq 2$, обрабатывающих устройств (ОУ), $n, n \geq 2$, размер партии (серии) деталей (сборочных единиц), требующих обработки (сборки), в дальнейшем – число процессов, $s, s \geq 2$, число операций технологического процесса, матрицу $T = [t_{ij}]$, $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, s}$, времен выполнения операций для каждой из деталей (сборочной единицы). Предполагается, что в технологическом процессе установлен линейный порядок выполнения операций $1, 2, \dots, s$.

В дальнейшем процесс будем называть *распределенным*, если все операции или часть из них обрабатываются на разных ОУ.

Введем также в рассмотрение параметр $\varepsilon > 0$, характеризующий дополнительное время, связанное с организацией параллельного выполнения операций технологического процесса и взаимодействия ОУ при распределенной обработке. В дальнейшем $t_{ij}^{\varepsilon} = t_{ij} + \varepsilon$, $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, s}$.

Предполагается, что взаимодействие ОУ и операций технологического процесса подчинено следующим условиям: 1) ни одна из операций не может выполняться одновременно более чем одним ОУ; 2) ни одно из ОУ не может обрабатывать одновременно более одной операции; 3) выполнение каждой операции осуществляется без прерываний; 4) распределение операций по ОУ для каждого из технологических процессов осуществляется циклически по правилу: операция с номером $j = kp + i$, $j = \overline{1, s}$, $i = \overline{1, p}$, $k \geq 2$, распределяется на ОУ с номером i ; 5) для каждого из n процессов момент завершения j -ой операции на i -м ОУ совпадает с моментом начала выполнения следующей $(j + 1)$ -ой операции на $(i + 1)$ -м ОУ, $i = \overline{1, p-1}, j = \overline{1, s-1}$; 6) для каждой из операций момент начала ее выполнения для l -го процесса совпадает с моментом начала ее выполнения для $(l + 1)$ -го процесса на том же ОУ, $l = \overline{1, n-1}$.

Если к условиям 1–4 добавить поочередно условия 5 и 6, соответственно, то получим два базовых синхронных режима.

Первый синхронный режим, определяемый условиями 1–4, 5, обеспечивает непрерывное выполнение операций внутри технологического процесса обработки деталей.

Второй синхронный режим, определяемый условиями 1–4, 6, обеспечивает непрерывную работу оборудования (ОУ) для технологического процесса.

Заметим, что условия 1–6 близки к изучаемым в теории расписаний технологическим ограничениям выполнения операций в многостадийных системах.

Далее предлагается алгоритм нахождения минимальной по времени длительности технологического процесса при обработке (сборке) партии изделий во втором синхронном режиме с учетом параметра ε . Для этого используется аппарат сетевых дуго-взвешенных графов и теорий расписаний. Решение сформулированной задачи минимизации длительности технологического процесса в серийном производстве во втором синхронном режиме сведено к определению длины критического пути в сетевом дуго-взвешенном графе специального вида. В виду того, что полученный сетевой граф специального вида линейный, то сложность предлагаемого алгоритма нахождения минимальной по времени длительности технологического процесса во втором синхронном режиме также линейная.

Рассматриваемые синхронные режимы гарантируют выполнение операций без их промежуточных прерываний и отсутствие простоев ОУ с момента их старта до завершения изготовления всей партии.